Μάθημα 7ο 18/04/2019

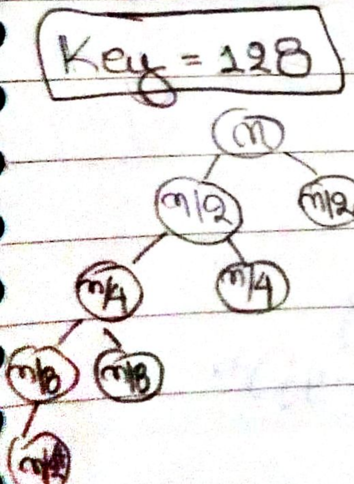
Υπογραμμικός Χρόνος O(nlogn)

Αναζήτηση σε Ταξινομημένο Πίνακα

A[ ] ταξινομημένος, μέγεθος πίνακα n
key.

ΘΕΣΗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ΣΤΟΙΧΕΙΟ	3	8	9	12	28	33	45	56	88	90	102	128	238	245	356

$\boxed{Key = 128}$



$n/2^k$ k: επαναλήψεις

Αλγόριθμος Ταξινόμησης (δεν θα το ζητήσει).

```
while (r>=1) {
    int m = (l+n)/2;
    if (key == a[m]) return m;
    if (key < a[m]) r=m-1;
    else l=m+1; }
```

Το πρώτο μεσαίο στοιχείο στον πίνακα είναι το στοιχείο στην θέση $\frac{n}{2}$

$$\frac{n}{2^k} = 1 \Rightarrow n = 2^k \Rightarrow \boxed{\log n = k}$$

"Όταν θα πρέπει να ταξινομήσουμε τον πίνακα ο χρόνος θα είναι $O(n\log n)$."

→ Γραμμική Αναζήτηση $O(n)$

```
if (A[i]= key) {
    print(" to A[i] einai to key" }
    i++;
```

→ Τετραγωνικός Χρόνος $O(n^2)$

Κοντινότερο ζευγάρι σημείων. Δοθέντος μιας λίστας από σημεία στο επίπεδο $(x_1,y_1)\ldots(x_n,y_n)$. Βρείτε το ζευγάρι με την μικρότερη απόσταση.

```
min = (x1-x2)^2 + (y2-y1)^2
    for i=1 to n {
        for j=i+1 to n {
            d = (xi-xj)^2 + (yi-yj)^2
```

```
if (d<min)
    min←d
  }
}.
```

$C = A \times B \rightarrow c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} b_{k,j}$ $O(n^3)$

```
for i=1 to n {
    for j=1 to n {
        for k=1 to n {
            C[i,j]=C[i,j]+A[i,k]x
                          B[k,j]
        } } }.
```

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ MERGESORT ταξινομείς δύο τμήματα και τα ενώνεις

MergeSort (A,1,r) $\Rightarrow \boxed{T(n)=O(n)}$

```
if A έχει μόνο ενα στοιχείο
    return το μοναδικό στοιχείο
q=(1+r)/2   || διαίρεσε
AL = Mergesort (A,1,q)
AR = Mergesort (A,q+1,r)
B = Merge (AL,AR)
```

5	3	1	4

$T(n)$

$O(1)$

5	3		1	4

$2T(n/2)$

3	5		1	4

(συγκρίνω το 3 με το 1 και το 4)

1	3	4	5

$O(n)$

Άσκηση

$T(n) \le 2T(n/2) + c\cdot n$, $n \geq 2$

$T(n) = 0$, $n \le 1$.

Ν.δ.ό $T(n) = O(n\log n)$. (απαγωγή)

$T(n) = 2T(n/2) + c n$

$a = 2$, $b = 2$, $f(n) = c\cdot n$

$f(n) = cn$ $\qquad n^{\log_2 2} = n$ $\qquad k = 0$

Βοήθεια.

ορισμός: $T(n) = O(n\log n) \to T(n) \le d\, n\log n$, $d > 0$.

ΛΥΣΗ (επαγωγή)

$T(1) = 0 \le d\cdot 1\cdot\log 1 = 0$ ισχύει.

Έστω ότι ισχύει για $n = k$: $T(k) \le d\, k\log k$, $\forall k < n$

Θ.ν.δ.ό $T(n) \le d\, n\log n$

$$
\begin{aligned}
T(n) &\le 2T(n/2) + c\cdot n \\
&\le 2\, d\, \tfrac{n}{2} \log(n/2) + c\cdot n \\
&= d\cdot n \log(n/2) + c\cdot n \\
&= d\cdot n(\log n - \log 2) + c\cdot n \\
&= d\cdot n(\log n - 1) + c\cdot n = d\cdot n\log n - d\cdot n + c\cdot n \le \\
&\le d\cdot n\log n, \ \forall d \geq 0
\end{aligned}
$$